ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Алексея Альбертовича Гальта
«Свойство расщепляемости подгрупп в группах лиева типа»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по
специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика

Данная работа относится к направлению исследования групп с определенными условиями на подгруппы. Это обширное направление, берущее свое начало с работ позапрошлого века и весь 20 век это направление только росло, получив значительный импульс в связи с анонсом описания конечных простых неабелевых групп. Результаты этого анонса вместе с последующим доказательством непосредственно используются и в данной диссертации. И хотя формально результаты в диссертации применимы и в более общей редакции, чем конечные группы, тем не менее, основной массив диссертации относится к случаю почти простой группы с цоколем лиева типа над конечным полем. Необходимо отметить, что рассматриваемая диссертантом тематика дополнения подгруппы в группе прекрасно иллюстрируется теоремой Шура-Цессенхауза, доказательство которой для разрешимости одного из сомножителей потребовало разрешимости подгрупп нечетного порядка. Поэтому изучаемая в диссертации проблема дополняемости подгрупп в группе (как связной линейной алгебраической группе, так и конечной лиева типа), а именно, дополняемости тора в своем алгебраическом нормализаторе, стояла на повестке дня. Решение этой задачи потребовало значительных усилий. В случае групп исключительного лиева типа потребовалось подключать компьютерные вычисления. Удача состояла в том, что с объемом необходимых вычислений компьютер справился.

Второй частью рассматриваемой диссертации является уточнение известной теоремы Ашбахера о максимальных подгруппах конечных классических групп.

Для линейных и унитарных групп получено уточнение для подгрупп, обладающих нетривиальной нормальной примарной подгруппой, а для симплектических и ортогональных групп над полем нечетной характеристики соответствующее уточнение получено для подгрупп, обладающих нетривиальной нормальной примарной подгруппой нечетного порядка.

Перейдем к более предметному рассмотрению материала, представленного в диссертации.

В главе 1, которая носит вводный характер, представлены необходимые определения, обозначения, а также нужные сведения о линейных алгебраических группах, группах лиева типа и связи между этими группами.

В главе 2 решается вопрос о расщепляемости нормализатора максимального тора в классических группах, как над полем $\bar{F}_p$, так и над конечным полем F_q .

В разделе 2.2 рассматриваются симплектические группы.

В разделе 2.3 рассматриваются линейные и унитарные группы.

В разделе 2.4 рассматриваются ортогональные группы.

В главе 3 решается вопрос о расщепляемости нормализатора максимального тора в исключительных группах лиева типа, как односвязных, так и присоединенного типа. Дополнительно в этой главе найдены минимальные порядки поднятий элементов группы Вейля в соответствующем алгебраическом нормализаторе максимального тора.

В главе 4 приводится уточнение теоремы Ашбахера для подгрупп, обладающих нетривиальной нормальной r -подгруппой, приведенное в теореме 4.1.1 и 4.1.2.

Все основные результаты, относящиеся к группам лиева типа, являются новыми.

В случае линейных алгебраических групп решение не зависит от ранее известного.

Исследование по исключительным группам лиева типа проведено в соавторстве с А.М. Старолетовым, который отвечал за компьютерные вычисления, а методы рашения и доказательства расщепляемости максимального тора или его отсутствия, принадлежат А.А. Гальту.

Диссертация изложена на 248 страницах. Она состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 65 наименований.

Результаты исследований были представлены на следующих международных и всероссийских конференциях:

- Международная конференция по теории групп, посвященная 70-летию В. Д. Мазурова (г. Новосибирск, 2013 г.);
- Международная школа-конференция «Теория групп и узлы» (г. Натал, Бразилия, 2014 г.);
- Международная научная конференция «Алгебра и математическая логика: теория и приложения» (г. Казань, 2014 г.);
- Международная молодежная школа-конференция «Алгоритмические вопросы теории групп и смежных областей» (г. Новосибирск, 2014 г.);
- Международная научная конференция «Дискретная математика, алгебра и их приложения» (г. Минск, 2015 г.);
- Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и физики» (п. Эльбрус, 2017 г.);
- 12-ая международная летняя школа-конференция «Пограничные вопросы теории моделей и универсальной алгебры» (г.б. Эрлагол, 2017 г.);
- Международная конференция «Groups St Andrews» (г. Бирмингем, Великобритания, 2017 г.);
- Международная конференция, посвященная 90-летию кафедры высшей алгебры механико-математического факультета МГУ (г. Москва, 2019 г.);
- Международная конференция «Алгебра, теория чисел и математическое моделирование динамических систем», посвященная 70-летию А.Х. Журтова (г. Нальчик, 2019 г.);
- Международная конференция по алгебре, анализу и геометрии (г. Казань, 2021 г.);
- Международная конференция «Алгебра и динамические системы», посвященная 110-летию со дня рождения С.Н. Черникова (г. Нальчик, 2022 г.);
- Вторая конференция Математических центров России (г. Москва, 2022 г.);
- Международная конференция по теории групп, посвященная 80-летию В.Д. Мазурова (г. Новосибирск, 2–8 июля 2023 г.).

Кроме того по результатам диссертации были сделаны пленарные доклады на следующих конференциях:

- Российско-индийская школа-конференция «Группы и смежные структуры» (г. Мохали, Индия, 2017 г.);
- Международная конференция «Мальцевские чтения» (г. Новосибирск, 2022 г.);
- Международная конференция «Алгебра и динамические системы», посвященная 70-летию А.А. Махнева (г. Нальчик, 2023 г.);

– II Всероссийская научно-практическая конференция «Математика в современном мире», посвященная 160-летию со дня рождения выдающегося российского математика Д.А. Граве (г. Вологда, 2023 г.).

В соответствии с вышесказанным считаю, что диссертация А.А. Гальта «Свойство расщепляемости подгрупп в группах лиева типа» соответствует всем критериям, установленным в положении о присуждении ученых степеней, а именно: работа посвящена актуальной теме и полученные в ней результаты можно квалифицировать как крупное научное достижение.

Результаты являются новыми, полностью обоснованными, своевременно и в полном порядке опубликованными в научных изданиях, удовлетворяющих требованиям ВАК и представлены широкой аудитории на международных конференциях.

Результаты и подходы к их получению, предложенные автором будут использованы в дальнейших исследованиях по теории групп как в России, так и за рубежом.

В диссертации имеются некоторые недочеты. Так на стр. 67₁₃ нужно « 2D_n » вместо « D_n », на стр. 111₂ вместо слова «группы» должно быть «торы». Также нужно внести исправление в формулировки лемм с 2.3.14–2.3.27, с 2.4.19–2.4.23 и 2.4.28–2.4.30, которые однотипны и касаются согласованности окончаний слов в предложении. Отмеченные недостатки легко устранимы и не влияют на содержательную часть работы.

Таким образом все вышесказанное позволяет утверждать, что диссертация А.А. Гальта «Свойства расщепляемости подгрупп в группах лиева типа» удовлетворяет требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, сформулированным в пп. 9–11, 13, 14 Положения о порядке присуждения ученых степеней (постановление № 842 от 24 сентября 2013 года), а ее автор Алексей Альбертович Гальт залуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент

Виктор Иванович Зенков

доктор физико-математических наук, профессор,

ведущий научный сотрудник

отдела алгебры и топологии ИММ УрО РАН

25.10.2024

В.И. Зенков

Контактная информация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук,

620108, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 16

телефон: +7(343) 375-35-53

e-mail: v1i9z52@mail.ru