

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.1.074.02, СОЗДАННОГО
НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ),
ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК

аттестационное дело № _____

решение диссертационного совета от 25 апреля 2025 г. № 5

О присуждении Гальту Алексею Альбертовичу, гражданину Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Свойство расщепляемости подгрупп в группах лиева типа» по специальности 1.1.5. – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика принята к защите 22 января 2025 г. (протокол заседания № 5) диссертационным советом 24.1.074.02, созданным на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (Министерство науки и высшего образования РФ), 630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4, приказ № 69-ас от 11.11.2022 г.

Соискатель Гальт Алексей Альбертович, 23 июня 1984 года рождения, диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Вопросы сопряженности в конечных группах лиева типа» защитил в 2010 году в диссертационном совете, созданном на базе Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, работает старшим научным сотрудником в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (Министерство науки и высшего образования РФ).

Диссертация выполнена в лаборатории алгебры Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики

им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (Министерство науки и высшего образования РФ).

Научный консультант – член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор Мазуров Виктор Данилович, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, лаборатория алгебры, главный научный сотрудник.

Официальные оппоненты:

Зенков Виктор Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук, отдел алгебры и топологии, ведущий научный сотрудник,

Попов Владимир Леонидович, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук, отдел алгебры, главный научный сотрудник,

Степанов Алексей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет», факультет математики и компьютерных наук, доцент, дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет», г. Красноярск, в своем положительном отзыве, подписанном Нужиным Яковом Нифантьевичем, доктором физико-математических наук, профессором, заведующим кафедрой алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики СФУ, и утвержденном Гуцем Денисом Сергеевичем, проректором по учебной работе ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», указала, что диссертация А. А. Гальта представляет собой законченное научное исследование; работа отвечает требованиям пп. 9-14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней»,

утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 г., предъявляемым к докторским диссертациям; автор, Алексей Альбертович Гальт, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Соискатель имеет 20 опубликованных работ в рецензируемых научных журналах, в том числе по теме диссертации опубликовано 12 работ, из них в рецензируемых научных изданиях опубликовано 12 работ:

1. Гальт А. А. О расщепляемости нормализатора максимального тора в симплектических группах // Известия РАН. Сер. матем. 78, 3(2014), 19–34.

2. Galt A. A. On splitting of the normalizer of a maximal torus in linear groups // J. Algebra Appl. 14 (2015), N. 7, 1550114 (20 pages).

3. Galt A. A. On splitting of the normalizer of a maximal torus in orthogonal groups // J. Algebra Appl. 16 (2017), N. 9, 1750174 (23 pages).

4. Гальт А. А. О расщепляемости нормализатора максимального тора в исключительных линейных алгебраических группах // Известия РАН. Сер. матем. 81, 2(2017), 35–52.

5. Galt A. A., Staroletov A. M. On splitting of the normalizer of a maximal torus in $E_6(q)$ // Algebra Colloquium. 26, 2(2019), 329–350.

6. Гальт А. А., Старолетов А. М. О расщепляемости нормализаторов максимальных торов в группах $E_7(q)$ и $E_8(q)$ // Матем. тр. 24, 1(2021), 52–101.

7. Гальт А. А., Старолетов А. М. Минимальные добавления к максимальным торам в их нормализаторах для групп $F_4(q)$ // Известия РАН. Сер. матем. 86, 1(2022), 134–159.

8. Гальт А. А., Старолетов А. М. О расщепляемости нормализаторов максимальных торов в конечных группах лиева типа // Алгебра и логика. 62, 1(2023), 33–58.

9. Гальт А. А. Строение нормализаторов максимальных торов в группах лиева типа // Матем. тр. 27, 2(2024), 62–98.

10. Гальт А. А., Го В., Аверкин Е. М., Ревин Д. О. О локальном случае в теореме Ашбахера для линейных и унитарных групп // Сиб. матем. журн. 55, 2(2014), 296–303.

11. Гальт А. А., Ревин Д. О. Локальный случай в теореме Ашбахера для линейных и унитарных групп // Сиб. электрон. матем. изв. 13(2016), 1207–1218.

12. Ян Н., Гальт А. А. О локальном случае в теореме Ашбахера для симплектических и ортогональных групп // Сиб. матем. журн. 62, 2(2021), 466–472.

Диссертация посвящена решению вопроса о расщепляемости нормализатора максимального тора в линейных алгебраических группах (проблема Ж. Титса) и в конечных группах лиева типа, а также уточнению теоремы Ашбахера для классических групп в локальном случае. В работах соискателя по теме диссертации надлежащим образом отражены представленные в диссертации материалы и положения, выносимые на защиту. Результаты диссертации, дающие решение проблемы Ж. Титса, получены автором лично. Результаты, решающие аналогичную проблему для конечных классических групп, также получены автором лично (работы 1-4). При исследовании данной проблемы в исключительных группах лиева типа потребовались вычисления в системах компьютерной алгебры. В связи с этим результаты для исключительных групп получены в соавторстве с А. М. Старолетовым, отвечавшим за компьютерные вычисления, а методы решения проблемы и доказательства основных результатов принадлежат автору диссертации (работы 5-8). В личной работе автора 9 приводится обзор результатов о строении нормализаторов максимальных торов в группах лиева типа. Результаты, касающиеся уточнения теоремы Ашбахера для классических групп, получены в соавторстве с Е. М. Аверкиным, В. Го (Китай), Д. О. Ревиным (работа 10), с Д. О. Ревиным (работа 11) и с Н. Яном (работа 12). Д. О. Ревин отвечал за постановку задачи и возможные подходы к ее решению. Разработка методов решения поставленной задачи и доказательство основных результатов в статьях 10-12 принадлежат А. А. Гальту. Е. М. Аверкин, В. Го (Китай) и Н. Ян участвовали в обсуждении полученных результатов и внесли

полезные замечания, позволившие улучшить финальные версии соответствующих работ.

Решающий вклад автора диссертации в работах, опубликованных в соавторстве, не вызывает сомнений.

На диссертацию и автореферат поступили отзывы:

Мазурова Виктора Даниловича, научного консультанта, отзыв положительный, не содержит замечаний;

Попова Владимира Леонидовича, официального оппонента, отзыв положительный, отмечено, что мелкие замечания, касающиеся очень редких опечаток и стилистических погрешностей изложения, нет смысла указывать в отзыве, поскольку они никак не снижают высокого уровня этой диссертации;

Зенкова Виктора Ивановича, официального оппонента, отзыв положительный, замечания: на стр. 67 нужно « D_n » вместо « D_n », на стр. 111 вместо слова «группы» должно быть «торы»; также нужно внести исправление в формулировки лемм с 2.3.14-2.3.27, с 2.4.19-2.4.23 и 2.4.28-2.4.30, которые однотипны и касаются согласованности окончаний слов в предложении. Отмеченные недостатки легко устранимы и не влияют на содержательную часть работы;

Степанова Алексея Владимировича, официального оппонента, отзыв положительный, замечания: текст диссертации содержит небольшое количество опечаток и погрешностей изложения, основной из которых является отсутствие определений некоторых символов до того, как они используются в формулировке; далее, приводятся семь замечаний такого рода. После этого отмечено, что указанные недостатки изложения никоим образом не влияют на положительную оценку работы;

ведущей организации, отзыв положительный, существенных замечаний нет.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается следующими соображениями. Официальные оппоненты являются признанными специалистами в области теории групп, имеют публикации, близкие к теме диссертационной работы, являются сотрудниками различных организаций и не имеют совместных публикаций с соискателем. Ведущая организация хорошо известна своими научными достижениями в математике; сотрудники кафедры

алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики СФУ являются признанными специалистами по теме диссертации. Соискатель и научный консультант соискателя не работают в данной организации и не являются участниками научно-исследовательских работ, ведущихся в этой организации.

Диссертационный совет отмечает, что диссертация носит теоретический характер и посвящена классическому направлению теории групп – изучению их подгруппового строения. Одним из центральных объектов при изучении подгруппового строения являются простые группы. Любая конечная группа может быть построена из конечных простых групп с помощью конечного числа расширений, поэтому наиболее естественным представляется изучение подгруппового строения конечных простых групп. При этом основной массив конечных простых групп составляют конечные группы лиева типа.

Конечные группы лиева типа возникают из линейных алгебраических групп как множество неподвижных точек эндоморфизма Стейнберга. В структурной теории как линейных алгебраических групп, так и конечных групп лиева типа, важную роль играют максимальные торы.

В работе решается вопрос о расщепляемости нормализатора максимального тора в простых линейных алгебраических группах и в конечных группах лиева типа. В случае алгебраических групп данный вопрос впервые был сформулирован одним из основателей теории алгебраических групп Ж. Титсом в его работе 1966 года. Кроме того, в диссертации исследуется задача об уточнении теоремы Ашбахера для классических групп в локальном случае.

Основными результатами диссертации являются следующие:

- найдены все простые связные линейные алгебраические группы, определенные над алгебраическим замыканием простого поля положительной характеристики, в которых нормализатор максимального тора расщепляется над этим тором. Тем самым полностью решена проблема Ж. Титса, сформулированная в его работе 1966 года;
- для всех конечных простых классических групп найдены все максимальные торы, имеющие дополнение в своем алгебраическом нормализаторе;

– для всех конечных простых исключительных групп лиева типа найдены все максимальные торы, имеющие дополнение в своем алгебраическом нормализаторе;

– для всех конечных простых исключительных групп лиева типа найдены минимальные порядки прообразов элементов группы Вейля в соответствующем алгебраическом нормализаторе максимального тора;

– для линейных и унитарных групп получено уточнение теоремы Ашбахера для подгрупп, обладающих нетривиальной нормальной примарной подгруппой;

– для симплектических и ортогональных групп над полем нечетной характеристики получено уточнение теоремы Ашбахера для подгрупп, обладающих нетривиальной нормальной примарной подгруппой нечетного порядка.

В работе используются классические методы теории групп: теория конечных простых групп, теория линейных алгебраических групп, теория групп лиева типа, методы линейной алгебры. Автором диссертации разработаны новые подходы и методы, позволившие при исследовании расщепляемости, рассматривать многие классы максимальных торов одновременно. Кроме этого, для вычислений в исключительных группах лиева типа привлекаются компьютерные программы GAP и Magma.

Достоверность результатов исследований подтверждается подробными структурированными доказательствами, опирающимися на известные и проверяемые факты и прошедшими проверку в том числе при рецензировании статей, в которых опубликованы данные результаты. Основные результаты диссертации обсуждались на семинарах «Теория групп», «Алгебра и логика», а также на Общеинститутском математическом семинаре ИМ СО РАН, Уральском семинаре по теории групп и комбинаторике (г. Екатеринбург), математическом семинаре в Цзяннаньском университете (г. Уси, Китай). Кроме того, автор докладывал полученные результаты на 18 конференциях в России и за рубежом.

Личный вклад соискателя заключается в его личных научных результатах и решающим вкладом в совместных работах, разработке новых подходов и методов к решению проблем теории групп, изучении профильной литературы,

представлении результатов исследования на различных конференциях и научных семинарах, подготовке публикаций по итогам выполненной работы.

Диссертационный совет пришел к выводу о том, что диссертация Гальта А. А. «Свойство расщепляемости подгрупп в группах лиева типа» представляет собой научно-квалификационную работу, которая удовлетворяет требованиям раздела II «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук.

На заседании 25 апреля 2025 г. диссертационный совет принял решение: за разработку теоретических положений, совокупность которых можно квалифицировать как крупное научное достижение, присудить Гальту А. А. ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного электронного голосования диссертационный совет в количестве 18 человек, из них 18 доктора наук, участвовавших в заседании (очно присутствовали 11 членов совета, участвовали в дистанционном формате 7 членов совета), из 22 человек, входящих в состав совета, дополнительно введены на разовую защиту 0 человек, проголосовали: за 18, против 0, не смогли проголосовать по техническим причинам 0.

Председатель
диссертационного совета

академик РАН
Ершов Юрий Леонидович

Ученый секретарь
диссертационного совета

доктор физ.-мат. наук
Дудкин Федор Анатольевич

Дата оформления Заключения

25 апреля 2025 г.