

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Дроздова Дмитрия Алексеевича «Анализ на самоподобных множествах с конечным пересечением», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-Математических наук (специальность 1. 1. 1 - вещественный, комплексный и функциональный анализ)

В диссертации исследуются структурные свойства самоподобных дендритов, являющихся аттракторами обобщённых полигональных систем подобий, а также свойства самоподобных дендритов, образованных фрактальными кубами.

Актуальность работы. Фрактальные самоподобные структуры - это инструмент моделирования природных явлений, обладающих свойствами инвариантности относительно широкого диапазона масштабирования и своей континуальной неоднородностью. Структурной особенностью самоподобных фрактальных множеств является взаимное расположение и множество пересечений копий самоподобных элементов. Системы подобий с аттракторами, содержащими смешанные копии компактов лежат в основе моделирования ряда физических процессов с фрактальными фазовыми пространствами. Исследование таких физических моделей предполагает развитие анализа на самоподобных множествах с фрактальной структурой. Такими множествами, в частности, являются самоподобные дендриты, являющиеся аттракторами полигональных и обобщённых полигональных систем подобий, а также самоподобные дендриты, образованные фрактальными кубами. Надо отметить отсутствие достаточного количества методов, позволяющих строить и классифицировать системы сжимающих подобий, аттракторы которых являются дендритами. Рассматриваемое диссертационное исследование как раз призвано восполнить данный пробел, поэтому относится к развивающемуся направлению математического анализа, и может быть использовано в исследовании определённого класса процессов с фрактальными фазовыми пространствами в своих моделях. Таким образом, следует признать, что данное диссертационное исследование является достаточно актуальным как в области теории функций, так и в сфере возможных применений.

Основной целью работы можно считать анализ самоподобных дендритов, которые являются аттракторами систем подобий определённых классов.

Перейдём к детальному анализу изложенных в диссертации результатов. Во введении излагаются некоторые факты истории развития теории фрактальных множеств, а также основные понятия необходимые для изложения содержания диссертации и формулировки основных результатов.

В первой главе вводятся дополнительно базовые понятия самоподобных множеств, системах подобий и их аттракторах, дендритах, стягиваемых полигональных системах и другие понятия необходимые для построения анализа на фрактальных самоподобных структурах.

На защиту выносятся шесть основных положений диссертации (п.п.1-6, стр.9 -10). Суть двух первых положений, которым посвящена вторая глава, в следующем. Установлен параметрический класс локальных деформаций стягиваемых полигональных систем с дендритными аттракторами, параметры которого неизменны для данного класса (теорема 2.17). Этот результат представлен как необходимое условие того, что аттрактор обобщённой полигональной системы является дендритом. Затем устанавливается оценка на локальные деформации. Эта оценка гарантирует сохранение параметров класса и, как следствие, гомеоморфность в этом классе дендритных аттракторов (теорема 2.23). Оценка локальной деформации имеет точный характер, а сама теорема 2.23 является достаточным условием, при котором аттрактор деформируемой полигональной системы является дендритом.

Защита двух следующих положений (п.3-4, стр. 10) реализована в третьей главе и основана на теоремах 3.7 и 3.11 этой главы, которые раскрывают структуру фрактальных кубов, являющихся дендритами. Теорема 3.7 раскрывает структуру пересечений граней фрактальных кубов с различными множествами единиц в виде решений системы уравнений (3.3). На основании этого, в теореме 3.11 оценивается мощность множества пересечений граней фрактальных кубов и, в частности, в пункте (4) этой теоремы выводятся условия, при которых пересечение пары двух различных фрактальных кубов одноточечно. На основании этих условий и теоремы 1.10 в п.3.2.2 выводится алгоритм позволяющий установить является ли фрактальный куб дендритом с одноточечным пересечением. Фактически, этот алгоритм можно считать одним из основных приложений результатов третьей главы.

В четвёртой главе защищаются выносимые на защиту положения 5-6, в которых даётся анализ фрактальных квадратов, являющихся дендритами. В теореме 4.6 доказано, что дендритные квадраты обладают свойством одноточечного пересечения. Это позволило автору в следствии 4.7 установить эквивалентность условия дендритности квадрата условию того, что его двудольный граф пересечений является деревом. Этот факт позволил автору построить классификацию дендритных квадратов по топологическим типам главных деревьев и установить наличие семи таких типов. Реализованы примеры всех семи классов.

Подводя итоги проведённому анализу содержания диссертации, рецензент заключает следующее. Диссертация состоит из введения,

четырёх глав, заключения, списка литературы и изложена на 84 страницах. Все шесть положений, выносимых на защиту во введении (стр. 9-10) полностью доказаны в главах 2-4 и сформулированы как основные результаты диссертационного исследования в заключении.

Автореферат диссертации отражает её содержание в достаточной степени для понимания проведённых автором исследований.

Полученные результаты являются новой важной информацией необходимой для дальнейшего развития теории фрактальных структур и её применения. Дополнительно следует добавить, что применения полученных результатов, например, в моделировании физических процессов с дендритной фрактальной структурой основана на том, что рассмотренные модели дают возможность представлять взаимодействие квазичастиц в фазовых пространствах в элементах символьной динамики.

В оформлении содержания диссертации рецензент обнаружил подробную повторяемость ряда понятий, определений и формулировок теорем. Например, условие открытости множества для систем подобий и связанное с ним утверждение о совпадении размерности Хаусдорфа с решением уравнения Морана для систем подобий, детально разъясняется как на стр. 6 введения, так и на стр. 20 главы 1. Можно указать ещё ряд повторений такого рода. С другой стороны, есть понятия, которые не сразу доступны для понимания. Например, в определении 3.1 на стр. 45 фрактального куба равенство (3.1) не сразу понятно, пока ниже на стр. 46 это уравнение не расшифровывается как система гомотетий.

Указанные замечания к оформлению текста диссертации не являются принципиальными, не препятствуют пониманию содержания и не снижают научных достоинств диссертации. Скорее всего они указывают на наличие не общепринятых обозначений в теории фрактального анализа.

Основные результаты диссертации опубликованы в пяти изданиях в журналах, рекомендованных ВАК в соавторстве. Результаты работ получены авторами совместно при равном вкладе и являются не делимыми. Результаты диссертации докладывались более чем на десяти международных конференциях, а также на ряде известных семинарах в ведущих научных центрах России.

Подводя итоги сказанному выше, считаю, что диссертация Дроздова Дмитрия Алексеевича «Анализ на самоподобных множествах с конечным пересечением» соответствует всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, в частности изложенным в п. 9 Положения о присуждении учёных степеней ВАК РФ, а её автор Дроздов Дмитрий Алексеевич

заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1. 1. 1 вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук по специальности

01.01.01 – математический анализ, профессор

заведующий кафедрой инженерной математики

ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный

Технический университет»



Селезнев Вадим Александрович

08 ноября 2024г.

Адрес: Россия, 630073, г. Новосибирск,

Пр-т. К. Маркса 20, ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный  
Технический университет»

e-mail: [seleznev@corp.nstu.ru](mailto:seleznev@corp.nstu.ru)

тел. +7 913 941 90 36

**ТАКЖЕ ЗАВЕРЯЮ**  
лучший специалист  
по персоналу

