

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Бойко Ксении Владимировны

**«Исследование вопросов разрешимости эволюционных уравнений с
несколькими производными Герасимова – Капуто»,**

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертация посвящена исследованию вопросов однозначной разрешимости начальных задач для дифференциальных уравнений дробного порядка, содержащих несколько дробных производных Герасимова – Капуто в линейной части уравнения, в банаховых пространствах.

Известно, что в теории дифференциальных уравнений дробного порядка вместе с обобщениями классических задач возникают качественно новые проблемы, преодоление которых требует разработки специальных подходов к исследованию, что способствует развитию существующих и возникновению новых эффективных методов в современном анализе. К таким проблемам, в частности, относятся вопросы правильной постановки краевых задач для уравнений дробного порядка, выбора корректной формы начальных данных и описания соответствующих пространств решений. Именно в этом направлении и выполнена диссертационная работа К.В. Бойко.

Следует также добавить, что рассмотрение дифференциальных уравнений в банаховых пространствах позволяет охватить широкие классы уравнений достаточно разной природы и дает общие подходы к их изучению, что важно, например, с точки зрения теории уравнений в частных

производных. Кроме того, дробное исчисление обладает заметным прикладным потенциалом в физике и моделировании.

Все вышесказанное подтверждает актуальность темы исследования в диссертации и говорит о важности и своевременности проведенных в работе исследований.

Диссертация посвящена вопросам разрешимости начальных задач для линейных и квазилинейных эволюционных уравнений дробного порядка в банаховых пространствах, включая не разрешимые относительно старшей производной уравнения, и редуцируемых к ним начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений в частных производных дробного порядка по выделенной переменной.

Диссертация, выполненная на 133 страницах, содержит введение, три главы, заключение и список используемой литературы из 147 наименований, а также снабжена списком обозначений и соглашений.

Во введении обозначены цели и задачи исследования, дано обоснование его актуальности, проведен анализ современного состояния области исследования, обозначены научная новизна, значимость, описаны используемые методы, дано краткое изложение полученных результатов.

В первой главе получены результаты, относящиеся к вопросам разрешимости начальных задач для дифференциальных уравнений, разрешенных относительно старшей дробной производной Герасимова – Капуто, с постоянными ограниченными операторными коэффициентами. Доказана однозначная разрешимость задачи Коши для таких уравнений и, в случае линейного уравнения, построено представление решения с использованием интегралов типа Данфорда – Тейлора. Применяя полученные для линейного неоднородного уравнения результаты, автор доказывает существование и единственность решения задачи Коши для соответствующих квазилинейных уравнений, причем исследует вопросы как

локальной, так и глобальной разрешимости. Кроме того, получены условия корректности в терминах непрерывной обратимости характеристического оператора класса линейных обратных задач с постоянным неизвестным коэффициентом.

Во второй главе исследуются вопросы разрешимости линейных и квазилинейных уравнений с постоянными неограниченными операторными коэффициентами. Доказана однозначная разрешимость задачи Коши для линейного уравнения, получены условия локальной и глобальной разрешимости в квазилинейном случае. При предполагается выполнение условия секториальности пучка операторов в линейной части уравнения, которое является необходимым и достаточным для существования аналитических в секторе разрешающих семейств операторов соответствующего линейного однородного уравнения.

В третьей главе рассмотрены вырожденные эволюционные уравнения со спектрально ограниченной парой линейных операторов при двух старших производных Герасимова – Капуто. Получены результаты о разрешимости класса начальных задач для линейных уравнений с вырожденным оператором при старшей производной. При этом исходное вырожденное уравнение редуцируется к системе двух уравнений на взаимно дополнительных подпространствах, разрешенных относительно старшей производной. Этот подход распространен на квазилинейные уравнения при четырех различных дополнительных условиях на нелинейный оператор. Также, для таких уравнений найдены условия корректности линейных обратных задач с постоянным неизвестным параметром. В этой же главе рассмотрены линейные вырожденные эволюционные уравнения с секториальной парой неограниченных операторов при старших дробных производных.

К несомненным достоинствам работы следует отнести содержащиеся во всех трех главах примеры применения полученных абстрактных результатов к исследованию ряда начально-краевых задач для уравнений в

частных производных с операторами дробного дифференцирования по временной переменной.

Таким образом, в диссертационной работе К.В. Бойко получены новые, имеющие научную ценность, результаты, касающиеся вопросов однозначной разрешимости начальных задач для линейных и квазилинейных эволюционных дифференциальных уравнений общего вида с постоянными операторными коэффициентами в банаховых пространствах, а также их приложений к решению начально-краевых задач для различных уравнений и систем уравнений в частных производных дробного порядка по времени.

Результаты диссертации являются теоретическими и вносят заметный вклад в развитие теории эволюционных уравнений дробного порядка в банаховых пространствах. Практическая значимость полученных в работе результатов обусловлена прикладным потенциалом теории дробного интегро-дифференцирования для математического моделирования, а также значимостью теории абстрактных дифференциальных уравнений для развития методов исследования начально-краевых задач для уравнений в частных производных.

Таким образом, в диссертации К.В. Бойко получены новые и имеющие научную ценность результаты, касающиеся вопросов однозначной разрешимости начальных задач для линейных и квазилинейных уравнений с несколькими производными Герасимова – Капуто в банаховых пространствах, как разрешимых, так и не разрешимых относительно старшей дробной производной, а также развиты их приложения к начально-краевым задачам для различных уравнений и систем уравнений в частных производных.

К диссертации имеются замечания и рекомендации.

1. При получении достаточных условий разрешимости некоторых задач, например, задачи Коши для линейных неоднородных уравнений, было

бы правильно обсудить их близость к необходимым условиям, рассмотреть соответствующие контрпримеры.

2. Рассматриваемые в диссертационной работе начально-краевые задачи с многочленами от самосопряженного эллиптического оператора редуцируются к начальным задачам для уравнений в банаховых пространствах, в которых операторы коммутируют друг с другом. В таком случае и при условии ограниченности этих операторов, по-видимому, задающие решения интегралы типа Данфорда – Тейлора могут быть представлены с помощью функций Миттаг-Леффлера. Было бы интересно получить и рассмотреть решения такого вида в первой главе. Однако автором такая ситуация не рассматривалась

Отмечу, что указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

Диссертация обладает внутренним единством и содержит новые научные результаты, свидетельствующие о личном вкладе автора в теорию дифференциальных уравнений дробного порядка.

Основные результаты диссертации опубликованы в 25 работах, 6 из которых в научных изданиях, рекомендованных ВАК и включенных в международные базы Web of Science и Scopus. Положения и выводы диссертации прошли хорошую апробацию на международных конференциях и научных семинарах. Автореферат ясно и полно отражает содержание диссертации, суть проведенных исследований и полученных результатов, а также их место в современной теории дифференциальных уравнений.

Диссертация «Исследование вопросов разрешимости эволюционных уравнений с несколькими производными Герасимова – Капуто» удовлетворяет пунктам 9 – 11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Бойко Ксения Владимировна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по

научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук

(специальность 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление);

профессор;

профессор кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования

Института инженерных и цифровых технологий

Белгородского государственного национального исследовательского

Университета (НИУ «БелГУ») *Д 1*

Ситник Сергей Михайлович

25.10.2024 г.

308015, г. Белгород, ул. Победы, д. 85;

телефон: +7 (4722) 30-13-00;

e-mail: mathsms@yandex.ru;



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный национальный

исследовательский университет» Министерства науки и высшего образования
Российской Федерации;