

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Бойко Ксении Владимировны
«Исследование вопросов разрешимости эволюционных уравнений с
несколькими производными Герасимова – Капуто»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертация К.В. Бойко посвящена исследованию дифференциальных уравнений в банаховых пространствах, содержащих несколько дробных производных в линейной части уравнения. В работе освещаются вопросы однозначной разрешимости задач Коши для линейных и квазилинейных уравнений, содержащих несколько дробных производных Герасимова – Капуто. Уравнения с несколькими дробными производными встречаются при описании различных реальных процессов, в частности, в теории вязкоупругих жидкостей. Такие уравнения исследовались в работах Н. Jiang, F. Liu, E. Alvarez-Pardo, V. Singh, D.N. Pandey, A. Karczewska, C. Lizama, H. Prado, М. Костича, В.Е. Федорова, М.М. Турова. Несмотря на немалое количество работ, остается много вопросов в теории дифференциальных уравнений с несколькими дробными производными. Поэтому тема работы актуальна.

Диссертационная работа Ксении Владимировны выполнена на 133 страницах, содержит введение, три главы, заключение, список обозначений и соглашений и список литературы.

Во введении автором освещены: актуальность темы исследования, степень разработанности темы исследования, цели и задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы

исследования, положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробация результатов, структура и краткое содержание диссертации.

В первой главе приведены результаты, касающиеся существования и единственности решения уравнений с ограниченными операторами при производных Герасимова – Капуто. Исследованы линейное однородное и линейное неоднородное уравнения в банаховых пространствах. С использованием полученных при этом результатов рассматриваются квазилинейные уравнения. Получены условия локальной и глобальной разрешимости задачи Коши для квазилинейных уравнений, содержащих несколько дробных производных в линейной части уравнения. Для доказательства разрешимости квазилинейных уравнений вводятся в рассмотрение специальные функциональные пространства. Найдены условия однозначной разрешимости класса линейных обратных задач. Абстрактные результаты использованы для исследования систем обыкновенных дифференциальных уравнений, а также начально-краевых задач для уравнений с многочленами от самосопряженного оператора, когда многочлен, при старшей производной, не имеет нулей на спектре этого оператора.

Вторая глава посвящена исследованию существования и единственности решения уравнений, разрешенных относительно старшей дробной производной Герасимова – Капуто, в случае, когда операторы при дробных производных от неизвестной функции в линейной части уравнения являются замкнутыми. Введено в рассмотрение понятие секториальности набора операторов, показано, что условие секториальности является необходимым и достаточным для существования аналитического в секторе разрешающего семейства операторов исследуемого класса уравнений. Получена формула решения с использованием операторов разрешающих семейств. Получены условия существования и вид решения линейного неоднородного уравнения. Далее рассматриваются квазилинейные уравнения с секториальным набором операторов в линейной части уравнения при

различных условиях на нелинейный оператор. Получены теоремы о локальной и глобальной однозначной разрешимости задачи Коши для квазилинейных уравнений. Абстрактные результаты проиллюстрированы при исследовании начально-краевых задач для уравнений с многочленами от самосопряженного оператора, а также для некоторых систем уравнений дробного порядка по времени динамики вязкоупругих сред.

В третьей главе рассмотрены вырожденные эволюционные уравнения, то есть уравнения, не разрешимые относительно старшей дробной производной, в силу того, что линейный оператор при старшей производной имеет нетривиальное ядро. Рассматриваемая задача имеет специфичные начальные условия, часть из которых являются условиями Коши, остальные – условиями Шоултера – Сидорова. Показано, что линейное неоднородное уравнение распадается в систему двух уравнений на взаимно дополняющих друг друга подпространствах: одно из уравнений разрешено относительно старшей производной и удовлетворяет условиям первой главы, а другое уравнение разрешимо в силу результатов второй главы диссертации, так как имеет в линейной части замкнутый плотно определенный оператор. Также, как и в остальных главах, имеются приложения абстрактных теорем к начально-краевым задачам для уравнений и систем уравнений в частных производных, в частности имеется вырожденная система обыкновенных дифференциальных уравнений, рассмотрены уравнения с многочленами от самосопряженного эллиптического оператора по пространственным переменным, когда многочлен при старшей производной имеет нули на спектре этого оператора (в отличие от первых двух глав). Рассмотрена начально-краевая задача для системы уравнений термokonвекции в вязкоупругой среде.

Таким образом, в диссертации К.В. Бойко получены новые и имеющие научную ценность результаты, касающиеся вопросов однозначной разрешимости начальных задач для линейных и квазилинейных уравнений с

несколькими дробными производными Герасимова – Капуто в банаховых пространствах, как разрешимых, так и не разрешимых относительно старшей дробной производной, а также их приложений к начально-краевым задачам для различных уравнений и систем уравнений в частных производных. Большим достоинством работы является содержание многочисленных приложений и примеров для каждого из рассмотренных в работе типов начальных задач рассматриваемого класса.

Результаты диссертации являются новыми. Достоверность выносимых на защиту результатов диссертации не вызывает сомнений. Заключение и теоремы в работе обоснованы и снабжены строгими доказательствами. Для решения поставленных задач использованы методы дробного интегро-дифференциального исчисления, теории операторов в банаховых пространствах и вырожденных эволюционных уравнений, теории преобразования Лапласа. Автореферат соответствует содержанию диссертационной работы.

К диссертации имеются замечания и рекомендации.

1. При исследовании локальной разрешимости квазилинейных уравнений было бы интересно получить оценки на время существования решения. Однако этого не было сделано.

2. Работа содержит некоторое количество опечаток.

Указанные комментарии не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы. Автором проделана работа высокого качества. Полученные результаты вносят существенный вклад в теорию дробных дифференциальных уравнений.

Диссертация удовлетворяет пунктам 9 – 11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук,

а ее автор, Бойко Ксения Владимировна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент

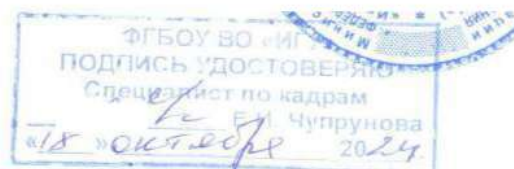
 Фалалеев Михаил Валентинович

доктор физико-математических наук (специальность  01.01.02
Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление); профессор;

664003, г. Иркутск, ул. Карла Маркса, д. 1;

телефон: +7 (3952) 521-279;

e-mail: mihail@ic.isu.ru;



федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет» Министерства науки и высшего образования РФ;

заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений.