



С И Б И Р С К И Й
Ф Е Д Е Р А Л Ь Н Ы Й
У Н И В Е Р С И Т Е Т

S I B E R I A N
F E D E R A L
U N I V E R S I T Y

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский федеральный университет»
660041, Красноярский край,
г. Красноярск, проспект Свободный, д. 79
телефон: (391) 244-82-13, тел./факс: (391) 244-86-92
http://www.sfu-kras.ru, e-mail: office@sfu-kras.ru
ОКПО 02067876; ОГРН 1022402137460;
ИНН/КПП 2463011853/246301001

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

ФГАОУ ВО «Сибирский

Федеральный университет»

Денис Сергеевич Гуц

19 ноября 2024 г.

№ _____
на № _____ от _____

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу Дроздова Дмитрия Алексеевича «Анализ на самоподобных множествах с конечным пересечением», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 - вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация Д.А. Дроздова относится к теории самоподобных фракталов, лежащей на стыке геометрического анализа и теории динамических систем и посвящена изучению самоподобных дендритов, фрактальных квадратов и фрактальных k -кубов. Диссертация, общим объёмом 85 страниц, состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы, насчитывающего 62 наименования.

Во введении сформулированы основные результаты диссертации, изложены предварительные сведения о самоподобных множествах и дана историческая справка по исследуемым вопросам.

В первой главе формулируются базовые определения и утверждения о самоподобных множествах, системах подобий и их аттракторах, дендритах,

стягиваемых полигональных системах и другие понятия, необходимые для построения анализа на фрактальных самоподобных структурах.

Во второй главе рассмотрен и изучен новый класс самоподобных множеств - аттракторы обобщённых полигональных систем подобий. Обобщённые полигональные системы являются расширением класса стягиваемых полигональных систем. В то время как аттракторы стягиваемых полигональных систем являются дендритами, аттрактор обобщённой полигональной системы не всегда односвязен. Основные результаты главы посвящены условиям односвязности аттракторов обобщённых полигональных систем. Согласно Теореме 2.17, если аттрактор обобщённой полигональной системы S' является дендритом, то S' удовлетворяет условию совпадения параметров. Теорема 2.23 показывает, что при сохранении условия совпадения параметров аттрактор малой деформации S' стягиваемой полигональной системы S является дендритом, изоморфным аттрактору системы S .

В третьей главе рассматриваются фрактальные k -кубы и структура пересечения пары фрактальных k -кубов. Теорема 3.7 даёт представление пересечения пары фрактальных k -кубов с разными множествами единиц в виде системы уравнений в терминах множеств единиц этих фрактальных k -кубов. В Теореме 3.11 даны условия, при которых такое пересечение будет одноточечным, конечным, счётным и несчётным, а также дана оценка мощности при конечном пересечении. Эти теоремы дают описание самоподобной границы фрактального k -куба.

Основным результатом главы является алгоритм, позволяющий проверить, является ли фрактальный k -куб дендритом с одноточечным пересечением. Этот алгоритм является приложением Теорем 3.7 и 3.11.

Четвёртая глава посвящена односвязным фрактальным квадратам и в значительной степени опирается на результаты предыдущей главы. В Теореме 4.6 было доказано, что нетривиальные односвязные фрактальные квадраты являются дендритами со свойством одноточечного пересечения. Как следствие, фрактальный квадрат является дендритом тогда и только тогда, когда его

двудольный граф пересечений является деревом. Согласно Теореме 4.9, самоподобная граница нетривиального односвязного фрактального квадрата может состоять из 3, 4 или 6 точек. В теореме 4.15 доказано, что нетривиальные односвязные фрактальные квадраты допускают ровно семь возможных топологических типов главного дерева.

Можно отметить следующие замечания:

1) на стр. 50 в доказательстве теоремы 3.7 необходимо исправить покоординатную оценку вектора $(d_2 - d_1)$: из $\alpha_i = 1$ следует $d_{2i} - d_{1i} = 1 - n$, а из $\alpha_i = -1$ следует $d_{2i} - d_{1i} = n - 1$;

2) ссылка на предложение 4.6 в автореферате и во введении должна быть ссылкой на лемму 4.6;

3) на стр. 69 в подписи к рис. 4.8 вместо «На рисунках слева и по центру...» должно быть «На левом и правом рисунках...»;

4) формулировки теорем 2.17 и 2.23 отличаются в автореферате, введении и тексте диссертации, хотя, по сути, они эквивалентные.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

Результаты, изложенные в диссертации, представляют важный вклад в развитие актуальной геометрической теории фракталов и могут быть полезны специалистам по фрактальной геометрии и теории динамических систем. Все основные результаты диссертации являются новыми, изложены с полными доказательствами и опубликованы в изданиях из перечня ВАК рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени кандидата наук. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

На основе изложенного считаем, что рассматриваемая диссертационная работа удовлетворяет требованиям пп. 9-14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации № 845 от 24 сентября 2013 г., предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор, Дроздов Дмитрий Алексеевич,

заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв обсужден и одобрен на совместном заседании кафедры теории функций Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета (протокол № 3 от 28 ноября 2024 г.) и Красноярского городского семинара по многомерному комплексному анализу и алгебраической геометрии.

Заведующий кафедрой
теории функций
д.ф.-м.н. (01.01.01), профессор

 А.К. Цих

Профессор кафедры
теории функций
д.ф.-м.н. (01.01.01), профессор

 А.А. Шлапунов

Федеральное государственное
автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Сибирский федеральный университет»

Адрес: 660041, Красноярский край,
г. Красноярск, пр. Свободный, 79
Телефон/факс: +7 (391) 244-86-25
Сайт: <https://www.sfu-kras.ru/>
Электронная почта: office@sfu-kras.ru