Отзыв официального оппонента
о работе Грюнвальд Лилии Александровны на тему «Аналитическая теория циркулянтных графов и ее приложения к комбинаторному анализу», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. - вещественный, комплексный и функциональный анализ

Работа посвящена изучению спектра дискретного оператора Лапласа, а также перечислительным задачам в теории графов. Более точно, рассматриваются так называемые циркулянтные графы и циркулянтные расслоения, и для них вычисляется (и оценивается асимптотически) количество корневых остовных лесов.

Дискретный лапласиан для графа представляет собой матрицу, представляющую собой разность диагональной матрицы степеней вершин и матрицы смежности графа. Он является естественным аналогом обычного оператора Лапласа в случае дискретной решетки.

В работе рассматривается семейство графов, называемых циркулянтными. Циркулянтные графы на цикле длины n задаются набором чисел $s_1,\dots,s_n$, обозначающих «длины скачков». Рассматривается также более широкий класс графов - так называемые «циркулянтные расслоения», получаемые из произвольного графа расположением произвольного циркулянтного графа с фиксированным числом вершин над каждой его вершиной и указанием способа соединения вершин графа между собой.

В первой главе корневых изучается число корневых остовных лесов в циркулянтных графах посредством изучения спектра оператора Лапласа. В параграфе 2 второй главы исследуется случай, когда степень вершин нечетная. В теореме 1.1. приводится явная формула для вычисления количества корневых остовных лесов произвольного циркулянтного графа в терминах многочленов Чебышёва первого рода.

Кроме явных формул, вычисляющих количество лесов, приведены также асимптотики количества остовных лесов при фиксированных длинах скачков и значении n, стремящемся к бесконечности.

В параграфе 2 главы 2 доказываются аналогичные теоремы для графов с четной степенью вершин.

Наконец, параграф 3 посвящена изучению количества остовных графов в циркулянтных расслоениях.

Недостатком диссертации является то, что автор не указал явно, какие именно результаты из совместных цитируемых работ получены автором самостоятельно.

Имеются также замечания по терминологии.

Например, слово «расслоение» является стандартным топологическим термином, а его употребление во введении выглядит странным.

Немного странной выглядит нумерация теорем: сначала идут теоремы 1.1.,2.1.,3.1, и лишь после них теорема 1.2.

Остальные замечания, в основном, представляют собой мелкие опечатки (например, слово «лестница» во введении написано без буквы «т»).

Работа представляет существенный интерес, результаты являются новыми и актуальными. Важно отметить разнообразие методов, примененных для получения основных результатов. Результаты могут быть использованы в различных областях науки. Диссертация хорошо продумана и написана. Основные теоремы снабжены полными доказательствами. Приведено достаточное количество примеров. Результаты своевременно доложены на научных семинарах и конференциях должным образом опубликованы.

Считаю, что диссертация удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ N.842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к кандидатским диссертациям,
а ее автор, Грюнвальд Л.А., заслуживает присуждения искомой ученой степени.

д.ф.-м.н., профессор кафедры
дискретной математики МФТИ,
профессор РАН

В.О.Мантуров

29 ноября 2024

ЗАВЕРЯЮ
Ученый секретарь
ученого совета МФТИ
ЕГ Евсеев