

ОТЗЫВ

*научного руководителя о диссертации Грюнвальд Лилии Александровны
«Аналитическая теория циркулянтных графов
и ее приложения к комбинаторному анализу»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
1.1.1 — вещественный, комплексный и функциональный анализ*

Соискатель ученой степени кандидата физико-математических наук Л. А. Грюнвальд представляет к защите диссертацию на тему «Аналитическая теория циркулянтных графов и ее приложения к комбинаторному анализу», выполненную в период обучения в аспирантуре Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН. Диссертация посвящена изучению спектральных и алгебраических инвариантов, порождаемых дискретным лапласианом широкого параметрического семейства циркулянтных графов и их обобщений.

Исследование Лилии Александровны имеет существенную научную новизну. Автором предложены новые методы анализа инвариантов графов, позволяющие аналитически исследовать их с различных точек зрения и детально изучать их свойства. Перенос структурных свойств графов на язык функций открывает возможность проводить параллели с другими областями математики, что значительно расширяет потенциал для дальнейших исследований в этой теории. Эти подходы создают прочную основу для более глубокого понимания закономерностей, заложенных в дискретных и непрерывных структурах, и открывают новые перспективы для их изучения.

Текст диссертации состоит из трех глав, основные результаты изложены во второй и третьей главах. Во второй главе исследуется спектральный инвариант графа — число корневых остовных лесов, обобщающее классическое понятие числа остовных деревьев. Исследование этого объекта основано на анализе дискретного оператора Гельмгольца. Свойства параметрического семейства циркулянтных графов и их естественных обобщений позволяют выразить число корневых остовных лесов через многочлены Чебышева, что приводит к явной функциональной зависимости этой величины от числа вершин графа. Такое представление позволяет выявить теоретико-числовые и асимптотические свойства функции числа корневых остовных лесов для циркулянтных графов и их некоторых обобщений, что автор демонстрирует и на протяжении всей второй главы.

Третья глава посвящена исследованию структуры алгебраического инварианта графа — критической группы графа. Это естественный аналог понятия Якобиана для римановых поверхностей. Одним из ключевых свойств этого инварианта является то, что его порядок совпадает с числом корневых остовных деревьев в графе. Этот инвариант широко используется в различных прикладных и теоретических областях, включая физику и дискретный анализ на римановых поверхностях. В этой главе автор рассматривает два основных вопроса. Первый: существует ли биективное соответствие между числом корневых остовных лесов и числом остовных деревьев в произвольном графе? Автор положительно отвечает на этот вопрос, демонстрируя решение с

использованием конструкции графа конуса. Второй вопрос касается существования группы, обобщающей критическую группу, структура которой позволяла бы вычислить ее порядок, равный числу корневых остовных лесов. Автор также находит положительный ответ, показывая на конкретных примерах структуру этой новой группы для циркулянтных графов и более сложных структур.

Лилия Александровна проявила самостоятельность на протяжении всего периода подготовки диссертации. Ее опыт и неустанный интерес к научной деятельности привели к получению значительных результатов, которые она профессионально зафиксировала в тексте диссертации. Эти результаты были представлены на различных российских и международных конференциях, включая выездную конференцию в Китае, посвященную встрече математических центров, а также на многих семинарах, проходивших в Московском Государственном Университете, в ИМ им. С. Л. Соболева СО РАН, так и в других научных учреждениях России. Все результаты, представленные в тексте диссертации, опубликованы в различных международных и российских журналах с высоким рейтингом.

Я считаю, что работа Грюнвальд Лилии Александровны «Аналитическая теория циркулянтных графов и ее приложения к комбинаторному анализу» полностью соответствует требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 — вещественный, комплексный и функциональный анализ, и рекомендую присудить ей указанную ученую степень.



Научный руководитель, доктор физико-математических наук,
по специальности 01.01.04 — геометрия и топология,
главный научный сотрудник
Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
профессор А. Д. Медных



Подпись Медных А. Д. удостоверено.
Исполнитель отдела кадров ИМ СО РАН

20.01.2025

