



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)

ПРОРЕКТОР ПО НАУЧНОЙ РАБОТЕ И
МЕЖДУНАРОДНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

К. Маркса ул., д.1, г. Иркутск, 664003
Тел.: (3952) 521-902 Факс: (3952) 20-13-07
ОКПО 02068226, ОГРН 1033801008218,
ИНН/КПП 3808013278/380801001

www.isu.ru, e-mail: prorectormir@isu.ru

№

На № 250/16.4-04/19 от 21.01.2025

«УТВЕРЖДАЮ»



К.В. Григоричев

«14» марта 2025 года

Отзыв

ведущей организации на диссертацию
Артюшина Александра Николаевича на тему
«Метод априорных оценок для уравнений с дробными производными»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения
и математическая физика

В диссертационной работе А.Н. Артюшина с помощью метода априорных оценок исследованы некоторые типы сложных начально-краевых задач для дифференциальных уравнений с дробными по времени производными. Представленные автором результаты существенно дополняют представления о разрешимости таких задач в случаях переменных коэффициентов уравнений, наличии нелинейностей, вырождения функциональных коэффициентов при старшей по времени производной. Исследованные в диссертации постановки задач являются новыми. В работе рассмотрены обыкновенные дифференциальные уравнения с монотонными нелинейностями, уравнение дробной диффузии с вырождением и сменой направления времени, а также обратная задача определения переменного показателя дробной производной для этого же уравнения, дробно-волновое уравнение со сменой направления времени. Таким образом, диссертационная работа Артюшина А.Н. представляет собой научное исследование фундаментального характера, имеющее существенные предпосылки для своего продолжения, которое также содержит результаты потенциально допускающие численную реализацию.

Кратко охарактеризуем основные положения диссертации, изложенной на 100 страницах, и состоящей из введения, 5 глав, заключения и списка литературы из 97 наименований.

Во введении освещены: актуальность темы диссертации и её разработанность; кратко изложены цели и задачи исследования, научная новизна, практическая и теоретическая значимость, методология и методы исследования; сформулированы

выносимые на защиту положения; описаны структура, краткое содержание диссертации и апробация результатов.

В первой главе приведены определения использованных в работе дробных производных и их свойства, доказан ряд интегральных неравенств и вспомогательных утверждений необходимых для изложения и обоснования основных результатов работы.

Вторая глава посвящена исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений с дробными производными. Рассмотрены линейные ОДУ и ОДУ с монотонной нелинейностью. В обоих случаях введены понятия обобщенного решения. Сформулированы и доказаны теоремы существования и единственности обобщенного решения. Утверждения имеют достаточный характер. В нелинейном случае автору удалось преодолеть некоторые существенные трудности.

В третьей главе рассматривается уравнение диффузии с дробной производной по времени и функциональным множителем при искомой функции под знаком этой дробной производной без ограничения на знак такого функционального множителя. Данная постановка задачи является пионерской. Доказана теорема существования и единственности обобщенного решения для уравнения дробной диффузии в двух случаях. Исследовано уравнение с неотрицательным функциональным множителем при искомой функции под знаком дробной производной по времени и равномерно-эллиптическим дифференциальным оператором 2-го порядка по пространственным переменным. В другом случае функциональный множитель под знаком дробной производной может иметь любой знак, а по пространственным переменным действует оператор Лапласа.

В четвертой главе исследуется смешанная задача для возмущенного модельного дробно-волнового уравнения. Дробная производная по времени фигурирует как в старшей по времени производной и под знаком этой производной стоит функциональный множитель, так и в возмущающем слагаемом. По пространственным переменным действует оператор Лапласа. Методы исследования аналогичны примененным в третьей главе. Введено понятие обобщенного решения и в виде теоремы сформулированы достаточные условия его существования. Для доказательства единственности такого решения автору пришлось предварительно доказать несколько вспомогательных утверждений. Итоговая теорема единственности доказана при выполнении условий теоремы существования и дополнительном условии знакоопределённости функционального множителя стоящего под знаком дробной производной по пространственным переменным при значениях времени фиксированных стартом и финишем.

Пятая глава работы посвящена исследованию обратной задачи определения переменного показателя производной по времени у смешанной краевой задачи с конормальной производной для уравнения диффузии с переменной дробной производной по времени равномерно-эллиптическим оператором 2-го порядка по пространственным переменным. Исследованию обратной задачи предшествует доказательство теоремы существования и единственности решения прямой задачи. Доказанная теорема имеет достаточный характер и является аналогом известного принципа максимума. Основное утверждение о разрешимости обратной задачи

предвосхищает ряд вспомогательных лемм, использованных в дальнейшем изложении. Завершается глава доказательством теоремы об однозначной разрешимости обратной задачи заключающееся в нахождении пары из искомой функции и переменного дробного показателя производной по времени. Приведен краткий анализ некоторых условий теоремы.

В целом после изучения диссертации и автореферата к ней можно сделать следующие выводы:

- исследованы на однозначную разрешимость задачи типа Коши для линейных и нелинейных ОДУ с дробной производной, уравнения дробной диффузии с неотрицательным вырождающимся функциональным множителем при дробной производной;
- сформулированы и исследованы на однозначную разрешимость новые постановки краевых задач для уравнения дробной диффузии и дробно-волнового уравнения с меняющимся направлением времени;
- исследована обратная задача восстановления переменного показателя дробной производной в уравнении дробной диффузии;
- все теоретические результаты обоснованы и снабжены соответствующими математически строгими доказательствами;
- степень апробации результатов на различных семинарах и международных конференциях, их публикация в журналах из списка ВАК достаточны;
- содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.2;
- автореферат диссертации полностью отражает ее содержание;
- опечатки, повторы, описки в тексте диссертации носят редакционный характер и не влияют на общую положительную оценку всей работы.

Все вышеизложенное позволяет сделать следующий окончательный вывод: диссертация на тему «Метод априорных оценок для уравнений с дробными производными» представляет собой завершённое научное исследование, удовлетворяет пунктам 9 – 11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», а её автор Артюшин Александр Николаевич заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв заслушан и утвержден на семинаре кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Института математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «ИГУ» 28 февраля 2025 года.

Отзыв подготовил
доктор физико-математических наук,
профессор

14 марта 2025 года

М.В. Фалалеев

