

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Артюшина Александра Николаевича

«Метод априорных оценок для уравнений с дробными производными»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

В диссертации с помощью метода априорных оценок рассматривается ряд задач для вырождающихся и нелинейных уравнений с дробной производной Герасимова-Капуто.

К настоящему времени имеется большое количество разнообразных результатов, относящихся к разрешимости различных краевых задач для уравнений с дробной производной. Однако в большинстве из них используются идеи разделения переменных и методы теории возмущения. Для вырождающихся и нелинейных уравнений такие методы зачастую не применимы. В таких случаях нужен какой-то иной подход. Метод априорных оценок предоставляет вполне эффективную альтернативу. Диссертация А. Н. Артюшина демонстрирует возможности этого метода в приложении к различным задачам для уравнений с дробной производной. В основе метода лежат некоторые интегральные неравенства с дробной производной.

Диссертация, выполненная на 100 страницах, содержит введение, пять глав, заключение и список используемой литературы из 97 наименований.

Во введении обозначены цели и задачи исследования, дано обоснование его актуальности, проведен анализ современного состояния области исследования, обозначены научная новизна, значимость, описаны используемые методы, дано краткое изложение полученных результатов.

В первой главе установлено основное интегральное тождество с дробными производными, обобщающее формулу интегрирования по частям. С помощью этого

тождества доказываемся ряд интегральных неравенств, вводится регуляризатор дробной производной и дана его оценка.

Во второй главе рассмотрена задача типа Коши для вырождающегося и нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения, с дробной производной порядка меньше 1. Коэффициент при дробной производной знак не меняет, но может обращаться в ноль произвольным образом. Для доказательства разрешимости используется регуляризация первой производной. Разрешимость возмущенной задачи вопросов не вызывает. Предельный переход проводится с помощью оценок из первой главы. Определенную трудность представляет собой доказательство единственности обобщенного решения.

В третьей главе рассмотрено уравнение дробной диффузии с вырождением и изменением направления времени. Если вырождающийся коэффициент при дробной производной не меняет знак, постановка задачи более или менее понятна. Случай, когда этот коэффициент может менять знак ранее не рассматривался. Для этого случая указана корректная постановка краевой задачи, дано определение обобщенного решения, доказано его существование. При некоторых дополнительных условиях доказана единственность обобщенного решения.

В четвертой главе рассмотрено дробно-волновое уравнение с вырождением и изменением направления времени. Как и в третьей главе предложена корректная постановка краевой задачи, дано определение обобщенного решения и доказано его существование. Единственность обобщенного решения доказана при «стандартном» для такого рода задач условии на знак вырождающегося коэффициента. А именно, вырождающийся коэффициент не меняет знак на торцах цилиндра. Для доказательства единственности привлекается известная техника усреднения.

В пятой главе рассматривается уравнение дробной диффузии с переменным показателем дробной производной. Обратная задача заключается в нахождении как решения, так и переменного показателя с помощью дополнительного условия (финальное переопределение). Такая задача ранее не рассматривалась. При некоторых условиях типа монотонности на правую часть доказана теорема единственности решения. Кроме этого, предложен метод последовательных

приближений для решения данной обратной задачи, допускающий практическую реализацию.

Таким образом, в диссертационной работе А. Н. Артюшина получены новые, имеющие существенную научную ценность, результаты, касающиеся вопросов однозначной разрешимости различных краевых задач для уравнений с дробной производной.

Результаты диссертации являются теоретическими и вносят заметный вклад в развитие теории дифференциальных уравнений, в том числе уравнений с производными дробного порядка.

К диссертации имеются замечания и рекомендации.

1. По мнению рецензента, алгоритм решения обратной задачи из пятой главы следовало бы рассмотреть более подробно. Замечание 5.3.1 дает лишь некоторое общее представление.

2. В лемме 5.3.3 (стр. 83) в качестве идеи доказательства предлагается тривиальное тождество, которое потом нигде не используется и не упоминается. Этот момент следовало бы изложить подробнее, или опустить в тексте.

3. В диссертации имеется некоторое количество опечаток, а также вкраплений с английскими словами, что несколько затрудняет чтение материала.

Отмечу, что указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

Диссертация обладает внутренним единством и содержит новые научные результаты, свидетельствующие о личном вкладе автора в теорию дифференциальных уравнений, в том числе уравнений с дробными производными.

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 работах, рекомендованных ВАК и включенных в международные базы Web of Science и Scopus. Положения и выводы диссертации прошли достаточную апробацию на международных конференциях и научных семинарах. Автореферат ясно и полно отражает содержание диссертации, суть проведенных исследований и полученных

результатов, а также их место в современной теории дифференциальных уравнений.

Диссертация «Метод априорных оценок для уравнений с дробными производными» удовлетворяет пунктам 9 – 11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Александр Николаевич Артюшин, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв составлен 17.03.2025 г.

Официальный оппонент

Ситник Сергей Михайлович

доктор физико-математических наук (специальность 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление); профессор;

профессор кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования.

308015, г. Белгород, ул. Победы, д. 85;

телефон: +7 (4722) 30-13-00;

e-mail: mathsms@yandex.ru;

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный национальный исследовательский университет» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

