

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Артюшина Александра Николаевича

**«Метод априорных оценок для уравнений с дробными
производными»,**

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертация А.Н. Артюшина посвящена исследованию дифференциальных уравнений, содержащих дробную производную. Такие уравнения встречаются при описании различных реальных процессов в механике, в частности, в теории вязкоупругих жидкостей, в физике, при моделировании процессов в биологии, в частности при построении эпидемиологических моделей, процессов в теории финансовых рынков и др. Несмотря на огромное количество работ, остается много вопросов в теории дифференциальных уравнений с дробными производными, ответы на некоторые из них дает данная диссертационная работа. Поэтому тема работы является актуальной.

Диссертационная работа А.Н. Артюшина выполнена на 100 страницах, содержит введение, пять глав, заключение и список литературы из 97 наименований.

Во введении автором освещены: актуальность темы исследования, степень разработанности темы исследования, цели и задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования, основные положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробация результатов, структура и краткое содержание диссертации.

В первой главе приведены результаты, касающиеся основного интегрального тождества и следующих из него интегральных неравенств с дробными производными, которые далее используются при выведении априорных оценок. Кроме того, получены некоторые оценки на оператор, регуляризующий дробную производную Римана – Лиувилля, и на его близость к самой дробной производной.

Вторая глава посвящена исследованию существования и единственности решения начальной задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений с неотрицательным вырождающимся коэффициентом при дробной производной Герасимова – Капуто порядка менее единицы. Для этого определяется обобщенное решение исследуемой задачи и используется метод регуляризации. Следует отметить, что даже в случае обыкновенных дифференциальных уравнений возникают заметные трудности, связанные с вырождением коэффициента при дробной производной. Так, например, для нелинейного уравнения понадобилась специальным образом сконструированная регуляризация.

В третьей главе рассмотрены начально-краевые задачи для уравнения субдиффузии в случаях, когда коэффициент при дробной производной Герасимова – Капуто вырождается или меняет знак. Ранее такие задачи не рассматривались, так что потребовалось осуществить поиск корректной постановки задачи и сформулировать определение обобщенного решения. В качестве образца использовалась корректная постановка задачи для параболических уравнений с меняющимся направлением времени. Доказано существование, а при некоторых дополнительных ограничениях – и единственность обобщенного решения.

В четвертой главе рассматривается дробно-волновое уравнение с производной Герасимова – Капуто в случае меняющегося направления

эволюции. Как и в третьей главе указана корректная постановка задачи, дано определение обобщенного решения и доказаны теоремы существования и единственности решений. Отметим, что для доказательства единственности решения потребовалась не вполне очевидная модификация известной техники сглаживания усреднением.

В пятой главе исследована обратная задача определения зависящего от пространственной переменной дробного порядка в уравнении субдиффузии. Ранее рассматривались лишь обратные задачи определения постоянного дробного порядка. Так что это задача совершенно иного уровня. Основным результатом получен с использованием теоремы Биркгофа – Тарского о неподвижной точке. Замечательным является тот факт, что предложен конструктивный алгоритм решения этой задачи.

Таким образом, в диссертации А.Н. Артюшина получены новые и имеющие научную ценность результаты, касающиеся вопросов однозначной разрешимости начальных задач для линейных и нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с дробной производной Герасимова – Капуто, начально-краевых задач для линейных и нелинейных уравнений в частных производных с дробной производной Герасимова – Капуто по времени. При этом переменный коэффициент при дробной производной либо неотрицательный и вырождающийся, либо меняет знак, а нелинейность, как правило, монотонна.

Результаты диссертации, безусловно, являются новыми. Достоверность выносимых на защиту результатов диссертации не вызывает сомнений. Заключение и теоремы в работе обоснованы и снабжены строгими доказательствами. Для решения поставленных задач использованы методы теории дифференциальных уравнений, функционального анализа, дробного интегро-дифференциального

исчисления. Автореферат соответствует содержанию диссертационной работы.

К диссертации имеются замечания и рекомендации.

1. В постановке всех рассмотренных задач присутствует производная Герасимова – Капуто. В работе пришлось бы очень к месту хотя бы какие-то комментарии и пояснения по поводу возможности исследования аналогичных задач с дробной производной Римана – Лиувилля.

2. Стр. 49. В теореме 3.1.2 заявлено, что коэффициенты оператора L не зависят от пространственной переменной, хотя на самом деле используется предположение, что они не зависят от времени. Судя по всему, здесь присутствует опечатка в формулировке теоремы. Аналогичная опечатка и в предложении над формулировкой теоремы.

3. При оформлении автореферата следовало ввести обозначения для дробных производных Герасимова – Капуто и Римана – Лиувилля. Тем более, что для первой из них есть классический, а есть «гладкий» вариант определения.

4. Работа содержит небольшое количество опечаток. Самой явной опечаткой является почти пустая страница 58.

Указанные комментарии не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы. Автором проделана работа очень высокого качества. Полученные результаты вносят существенный вклад в теорию дифференциальных уравнений.

Диссертация удовлетворяет пунктам 9 – 11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Артюшин Александр Николаевич,

заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент

17.03.2025


Федоров Владимир Евгеньевич

доктор физико-математических наук

(специальность 01.01.02 – Дифференциальные уравнения); профессор;

почтовый адрес: 454001, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, д. 129;

телефон: +7 (351) 799-72-35;

e-mail: kar@csu.ru;

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет»

Министерства науки и высшего образования РФ;

заведующий кафедрой математического анализа.


Подпись *Федорова В.Е.*
Удостоверение *Авдеева А.*
ведущий специалист