

Отзыв

официального оппонента на диссертацию
Намсараевой Гэрэлмы Владимировны
на тему «Обратные задачи для некоторых неклассических дифференциальных уравнений с частными производными», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 —
Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы диссертации

Диссертационная работа Намсараевой Г.В. посвящена исследованию обратных задач для некоторых неклассических дифференциальных уравнений с частными производными. Обратные задачи возникают при рассмотрении процессов, происходящих в физике жидкости и плазмы, теории упругости, гидродинамике, геофизике, в теории волновых процессов и многих других областях. Теория обратных задач для таких уравнений является одним из активно развивающихся направлений.

Теория уравнений, не разрешённых относительно старшей производной, начала развиваться в середине прошлого века после публикации С.Л. Соболева по динамике вращающейся жидкости. В настоящее время имеется большое количество публикаций, посвящённых изучению различных задач для таких уравнений, из которых отметим монографии Г.В. Демиденко, С.В. Успенского (1998), A.I. Kozhanov (1999), A. Favini, A. Yagi (1999), G.A. Sviridyuk, V.E. Fedorov (2003), А.Г. Свешникова, А.Б. Альшина, М.О. Корпусова, Ю.Д. Плетнер (2007), В.И. Жегалова, А.Н. Миронова, У.А. Уткиной (2014) и др.

Первые публикации по обратным и некорректным задачам появились в первой половине XX века. Они были связаны с исследованиями физиков (обратные задачи квантовой теории рассеяния, электродинамики, акустики), геофизиков (обратные задачи электроразведки, сеймики, теории потенциала), астрономов и ученых из других областей естествознания. С появлением мощных ЭВМ область приложений обратных и некорректных задач охватила практически все научные дисциплины, в которых используются математические методы. Главные направления применения — это геофизика, астрономия, визуализация данных, медицинская и промышленная томография, дефектоскопия, дистанционное зондирование и другие. Обратные и некорректные задачи объединяет одно важное свойство — неустойчивость решения по отношению к малым ошибкам измерений данных.

Обратным задачам для уравнений соболевского типа посвящено не так много работ. W. Rundell (1980) рассмотрел обратную задачу об источнике для псевдопараболических уравнений. Псевдопараболические уравнения возникают при описании процессов тепломассопереноса, процессов фильтрации, волновых процессов и многих других. Другие обратные задачи исследовались в работах А.И. Кожанова (2008, 2010), А.Ш. Любановой (2011, 2013), В.Е. Федорова (2004), С.Г. Пяткова, С.Н. Шергина (2014), А.А. Асанова, Э.Р. Атаманова (1990, 1995), А.С. Аблабекова (2013), A. Lorenzi, E. Paparoni (1997) и других авторов.

Обратные задачи для псевдогиперболических уравнений изучались в работах А. Lorenzi, E. Paparoni (1997), Б. С. Аблабескова, А. Р. Асанова (1995, 1998), А. К. Курманбаевой (2002), А.М. Гулиевой (2010) и других авторов.

В диссертационной работе для доказательства разрешимости обратных задач используется метод редукции: исходные обратные задачи сводятся к прямым задачам с нелокальными условиями (нелокальная задача).

Известно, что при математическом моделировании нелокальные условия могут возникать в ситуации, когда граница области протекания реального процесса недоступна для непосредственных измерений, но можно получить некоторую дополнительную информацию об изучаемом явлении во внутренних точках области. Теория нелокальных краевых задач важна сама по себе как раздел общей теории краевых задач для уравнений с частными производными, важна она и как раздел теории обратных задач. Нелокальные задачи с интегральными условиями для некоторых неклассических дифференциальных уравнений изучались в работах Н.И. Ионкина и А.И. Кожанова (1997, 2004, 2008, 2009).

Из этого следует, что исследования обратных задач для уравнений, не разрешённых относительно старшей производной, представляют собой актуальную научную проблему. Тем самым результаты исследования новых фундаментальных задач, поставленных в рамках данной работы, будут способствовать развитию теории обратных задач для уравнений математической физики.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Общий объём составляет 170 страниц. Список литературы содержит 132 наименований.

Первая глава диссертации посвящена исследованию разрешимости обратных задач об источнике для параболических и псевдопараболических уравнений.

В первом параграфе исследуется разрешимость обратной задачи об источнике для псевдопараболического уравнения с граничными условиями переопределения. Данная обратная задача сведена к двум различным нелокальным задачам для составного уравнения, имеющим самостоятельное значение. Доказаны теоремы разрешимости нелокальных задач и исходной обратной задачи.

Второй параграф посвящен исследованию обратной задачи об источнике для псевдопараболического уравнения. При этом заданы условия переопределения финального и интегрального видов. Данная задача сведена к двум различным нелокальным задачам, имеющим самостоятельное значение. Доказаны теоремы разрешимости нелокальных задач и исходной обратной задачи.

Третий параграф первой главы посвящен обратным задачам для параболических уравнений с неизвестным источником распределенного типа. Рассматриваемые обратные задачи сведены к псевдопараболическим задачам. Получены условия существования поставленных и вспомогательных задач.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию линейных обратных задач об источнике для псевдогиперболических уравнений.

В первом параграфе исследуются линейные обратные задачи об источнике для псевдогиперболических уравнений с однородными граничными условиями Дирихле и Неймана. Первая задача сведена к нелокальной задаче, а вторая задача сведена к

уравнению составного типа. Доказаны теоремы разрешимости полученных задач в соответствующих функциональных пространствах.

Второй параграф посвящен исследованию обратной задачи об определении распределенного источника для уравнения распространения продольных волн (Буссинеска-Лява). При этом задаются условия переопределения точечного и интегрального типов. Доказаны теоремы о разрешимости рассмотренных обратных задач.

Третий параграф второй главы посвящен разрешимости обратных задач для уравнения Буссинеска с неизвестным распределенным источником, зависящим от пространственной переменной. Исходная обратная задача сведена к прямой задаче для “нагруженного” уравнения. Доказана теорема существования и единственности регулярного решения.

В заключительной главе исследованы вопросы разрешимости новых обратных задач для одного класса уравнений соболевского типа с неизвестным распределённым источником для двух случаев: 1) когда неизвестная функция зависит от времени и 2) когда неизвестная функция зависит только от пространственной переменной. Использовались финальные условия переопределения. Важной особенностью является то, что доказаны теоремы существования решений, имеющих все производные (обобщенные), входящие в уравнения.

Замечания по диссертационной работе

Диссертация Г.В. Намсараевой написана на хорошем уровне, ее текст говорит о вполне достаточной квалификации. Имеются недочеты редакционного характера — не всегда четко определяются пространства, в которых ищется решение (теоремы 2.4, 2.8, 3.1), не конкретизируются условия гладкости (теоремы 1.1, 1.2), не приведены примеры функций, для которых выполняются все условия соответствующих теорем.

Отмеченные недочеты легко исправимы и не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Заключение

Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации. Диссертационная работа написана хорошим, литературным языком. Соискатель продемонстрировала глубокие знания и хорошую технику в области дифференциальных уравнений с частными производными. Это вывод априорных оценок решений, использование методов регуляризации и продолжения по параметру. Полученные результаты достоверны и основаны на строго доказанных теоремах и апробировались на многих конференциях и научных семинарах. Результаты являются новыми и опубликованы в 14 работах: из них 7 статей, 4 из которых опубликованы в изданиях, входящих в Перечень ВАК ведущих периодических изданий и/или в изданиях, индексируемых в международных базах Scopus или Web of Science.

Диссертация Намсараевой Гэрэлмы Владимировны на тему «Обратные задачи для некоторых неклассических дифференциальных уравнений с частными производными» представляет собой высококвалифицированную научную работу на

актуальную тему. Новые научные результаты, полученные в работе, имеют большое значение для развития качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными. Наряду с доказательством теорем существования и единственности решения обратных задач автором доказаны теоремы о разрешимости нелокальных задач для псевдопараболических и псевдогиперболических уравнений, а также уравнений соболевского типа высокого порядка.

Диссертация «Обратные задачи для некоторых неклассических дифференциальных уравнений с частными производными» удовлетворяет пунктам 9-14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842, а её автор, Намсараева Гэрэлма Владимировна заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Я, Имомназаров Холматжон Худайназарович, даю свое согласие ИМ СО РАН имени С.Л. Соболева на включение всех предоставленных мною персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, их дальнейшую обработку и распространение в соответствии с требованиями Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Официальный оппонент,

доктор физико-математических наук по специальности 05.13.18 —

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Заведующий лабораторией вычислительных задач геофизики Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, 630090, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 6, тел. 8 (383) 330-83-52, e-мэйл: imom@mail.ru



Имомназаров Холматжон Худайназарович

Подпись Имомназарова Х.Х. заверяю
Учёный секретарь ИВМиМГ СО РАН,
к.ф.-м.н.



Вшивкова Л.В.

17.03.2025