

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертационной работе Г.В. Намсараевой “Обратные задачи для некоторых неклассических дифференциальных уравнений с частными производными”, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертационная работа посвящена исследованию разрешимости линейных обратных задач для некоторых неклассических дифференциальных уравнений с частными производными. Основное внимание уделено обратным задачам для уравнений соболевского типа, а именно: псевдопараболическим и псевдогиперболическим уравнениям, уравнению Буссинеска-Лява, возникающим в задачах физики жидкости и плазмы, теории упругости, в гидродинамике, геофизике, в теории волновых процессов и многих других областях. Прямые задачи для таких уравнений исследовались в многочисленных работах, из которых можно отметить работы Р.Е. Шоултера, С.Г. Россби, С.Л. Соболева, С.А. Гальперна, А.Б. Альшина, М.О. Корпусова, Ю.Д. Плетнера, Г.В. Демиденко, А.И. Кожанова, Г.А. Свиридюка, В.Е. Федорова, А. Фавини и др. авторов. В настоящее время получено уже огромное количество результатов. В тоже время обратным задачам для уравнений соболевского типа посвящено не так много работ, несмотря на большое количество приложений. Обратные задачи для псевдопараболических уравнений начали изучаться в 1980 году в работе W. Rundell. Далее можно отметить работы А.И. Кожанова, А.Ш. Любановой, В.Е. Федорова, С.Г. Пяткова, С.Н. Шергина, А.А. Асанова, Э.Р. Атаманова, А.С. Аблабекова, А. Lorenzi, E. Paragóni, А.Р. Асанова, А. К. Курманбаевой, А.М. Гулиевой и др. В диссертационной работе одним из подходов к доказательству разрешимости обратных задач является редукция к прямой задаче с нелокальными граничными условиями (нелокальная задача). Теория нелокальных краевых задач важна сама по себе как раздел общей теории краевых задач для уравнений с частными производными, важна она и как раздел теории обратных задач. Полученные в диссертации результаты о разрешимости нелокальных задач для псевдопараболических и псевдогиперболических уравнений имеют самостоятельное значение.

Кратко остановимся на содержании диссертационной работы. Она состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 170 страниц. Во введении сформулированы цели и задачи работы, положения, выносимые на защиту, апробация результатов и личный вклад автора, а также краткое содержание диссертации.

Первая глава посвящена задачам об определении функции источника (правой части) в одномерном псевдопараболическом уравнении, заданном в прямоугольнике, и состоит из 3-х параграфов. Рассмотрена задача об определении одной или двух неизвестных функций, входящих в правую часть уравнения, причем в последнем случае возможны ситуации, когда эти функции зависят от разных переменных. В качестве условий переопределения рассмотрено несколько вариантов: данные Коши на одной или обеих боковых границах прямоугольника, условие финального переопределения, интегральное условие в виде интеграла по времени от решения с весом. Получены теоремы существования и единственности решений. Результаты основаны на сведении задачи к вспомогательным нелокальным прямым задачам, которые также исследованы с точки зрения существования и единственности решений.

Вторая глава посвящена исследованию линейных обратных задач для псевдогиперболических уравнений с одной пространственной переменной третьего и четвертого порядка, в том числе в класс рассмотренных уравнений включается и уравнение Буссинеска-Лява. Как и в первой главе неизвестной функцией является функция, входящая в правую часть уравнения и зависящая от времени или пространственной переменной. Используются два типа условий переопределения: данные Коши на одной из боковых границ прямоугольника, в котором рассматривается уравнение, условие финального переопределения и интегральное условие типа интеграла от решения с весом, по переменной t , если неизвестная функция зависит от x , и по переменной x , если неизвестная функция зависит от времени. Показаны теоремы существования и единственности решений. Используется сведение поставленных задач к вспомогательной нелокальной задаче, априорные оценки, метод продолжения по параметру.

В третьей главе диссертации изучается разрешимость обратных задач нахождения вместе с решением $u(x, t)$ также неизвестного множителя $q(t)$, входящего в правую часть уравнения

$$D_t^p(u - \Delta u) + Bu = f_0(x, t) + q(t)h_0(x, t), \quad (1)$$

где B – линейный дифференциальный оператор второго порядка по пространственным переменным, $f_0(x, t)$ и $h_0(x, t)$ – заданные функции. В первом параграфе третьей главы изучаются обратные задачи для одного класса уравнений соболевского типа с неизвестным коэффициентом, зависящим от временной переменной. Основное внимание уделено случаю $p = 1$ и в качестве условия переопределения рассматривается интегральное условие переопределения. Доказываются теоремы существования и единственности регулярных (имеющих все обобщенные по С.Л. Соболеву производные, входящие в уравнение) решений. Второй параграф посвящен уравнениям типа Буссинеска-Лява и псевдопараболическим уравнениям в многомерном случае. Определяется неизвестная функция, входящая в правую часть по условию финального переопределения. Получены теоремы существования и единственности решений.

Научная новизна. В диссертационной работе впервые рассмотрены некоторые постановки обратных задач для псевдопараболических и псевдогиперболических уравнений, а также уравнений соболевского типа высокого порядка. Применяемые методы и подходы являются творческим развитием уже ранее использованных методов. В основном, они основаны на сведении задачи к нелокальной прямой задаче и ее исследовании. Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми и основаны на строгих математических доказательствах.

Актуальность работы. Исследованные задачи возникают при описании процессов тепломассопереноса, процессов фильтрации, волновых процессов и многих других. В тоже время обратные задачи для уравнений соболевского типа на данный момент исследованы недостаточно полно. Поэтому, представленные в диссертации результаты актуальны как с точки зрения приложений, так и с точки зрения общей теории краевых и обратных задач для уравнений математической физики.

В качестве основных результатов диссертации стоит отметить следующее: исследованы новые линейные обратные задачи для псевдопараболических уравнений с одним и двумя неизвестными коэффициентами, зависящими от временной переменной, сформулированы и доказаны теоремы разрешимости обратных и нелокальных задач для псевдопараболических уравнений; исследованы новые линейные обратные задачи для псевдогиперболических уравнений с неизвестным коэффициентом, зависящим от временной

переменной, сформулированы и доказаны теоремы разрешимости обратных и нелокальных задач для псевдогиперболических уравнений; получены условия однозначной разрешимости новых линейных обратных задач для параболических уравнений с неизвестным внешним воздействием комбинированного вида; исследованы вопросы разрешимости линейных обратных задач для уравнения Буссинеска-Лява временного и пространственного типов в одномерном случае; исследованы вопросы разрешимости новых обратных задач для многомерных уравнений соболевского типа высокого порядка с неизвестным коэффициентом, зависящим от временной переменной, результаты уточнены в случае уравнений типа Буссинеска-Лява; исследованы вопросы разрешимости новых обратных задач для уравнений типа Буссинеска-Лява и псевдопараболических уравнений в многомерном случае с неизвестным коэффициентом, зависящим от пространственной переменной, важной особенностью является то, что доказаны теоремы существования решений, имеющих все производные (обобщенные), входящие в уравнения.

Замечания к диссертации носят в основном редакционный характер.

1. В формулировках теорем 1.1, 1.2, 2.1, 2.5 отсутствуют полные условия на данные.
2. Некоторые величины, участвующие в доказательствах (δ_1 , δ_2 в доказательстве теоремы 1.1, $\delta_{23} - \delta_{30}$ (стр. 57-58)) определяются в ходе доказательств. Следовало бы их определить перед соответствующими формулировками.
3. Представляется, что в некоторых случаях можно ослабить условия на данные (теоремы 1.3, 1.6, 2.4).
4. Для полноты изложения, хотелось бы привести примеры данных, когда условия (1.27), (1.28) (также условия (1.47), (1.48), или данные в теореме 2.12) выполнены.
5. В формулировке теоремы 1.14 пропущен номер формулы.

Однако, отмеченные замечания не носят принципиального характера и не влияют на общее положительное впечатление о диссертации. По моему мнению, наиболее существенные результаты по теории обратных задач получены в главе 3. Отметим также большое количество результатов, посвященных достаточно интересным с теоретической точки зрения нелокальным задачам. Можно сказать, что диссертационная работа является квалификационной работой, содержащей решение научной задачи, имеющей значение для развития соответствующей отрасли знаний.

Диссертационная работа Г.В. Намсараевой "Обратные задачи для некоторых неклассических дифференциальных уравнений с частными производными" является законченным научным исследованием и соответствует специальности 1.1.2 - дифференциальные уравнения и математическая физика. Поставленные задачи решены полностью, доказательства теорем проведены на строгом математическом уровне. Все положения, выносимые на защиту, являются новыми и достоверными. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Материалы диссертации опубликованы в 14 работах, в том числе в 4 статьях, опубликованных в журналах, входящих в ВАК и международные реферативные базы данных Web of Science и Scopus. Результаты диссертационной работы Г.В. Намсараевой докладывались и обсуждались на многих научных конференциях и семинарах. Они носят теоретический характер и могут быть использованы специалистами по дифференциальным уравнениям, математической физике. Считаю, что диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям п. 9-14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842, а ее автор, Намсараева Гэрэлма Владимировна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент,
д-р физ.-матем. наук по специальности
01.01.02 - дифференциальные уравнения, профессор,
профессор Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
образования "Югорский государственный
университет"

Пятков Сергей Григорьевич

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
"Югорский государственный университет"
628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова 16,
Тел. +7 (3467) 377-000, e-mail: ugrasu@ugrasu.ru



Подпись С.Г. Пяткова заверяю
Ученый секретарь ученого совета ЮГУ

Долгих Н.Н

05.03.2025