

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу  
«Периодические траектории динамических систем, моделирующих  
функционирование генных сетей», представленную на соискание ученой  
степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 –  
«Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Диссертация Л.С. Минушкиной посвящена описанию фазовых портретов нелинейных динамических систем размерностей 3, 4 и 6, моделирующих функционирование генных сетей специального вида. Результаты работы по своему содержанию относятся к качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений, но в конечном итоге нацелены на анализ моделей генных сетей.

Изучение осциллирующих траекторий, циклов, подобных динамических систем стало особенно актуальным в связи с развитием биоинформатики и смежных дисциплин, где с моделями генных сетей проводится большое количество вычислительных экспериментов, нуждающихся в теоретическом обосновании.

В главе 1 диссертации описываются фазовые портреты таких динамических систем со ступенчатыми правыми частями в размерностях 3 и 4. Для этих систем получены результаты о существовании, единственности и устойчивости периодических траекторий в инвариантных областях фазовых портретов.

В главе 2 получены аналогичные результаты для шестимерной динамической системы, моделирующей генные сети, которые регулируются и отрицательными связями, и положительными. Подобные системы уравнений в очень упрощённом виде – в предположениях их симметричности относительно циклических перестановок пар переменных – рассматривались ранее в ряде известных публикаций, математических и биологических (Nature, 2000; Известия РАН, Серия математическая, 2016, и др.). В этой главе с целью локализации положения цикла такой несимметричной динамической системы и инвариантной поверхности, содержащей этот цикл, в фазовом портрете системы конструируется её инвариантная область и строится её дискретизация, позволяющая контролировать поведение траекторий системы.

Глава 3 посвящена распространению результатов, полученных в предыдущих главах, на модели генных сетей, регулируемых более сложными комбинациями отрицательных и положительных связей, описываемых монотонно убывающими, соответственно, монотонно возрастающими функциями. Найдены стационарные точки соответствующих гладких динамических систем. Установлены условия существования циклов и их устойчивости в инвариантных окрестностях их стационарных точек.

К тексту диссертации имеется ряд замечаний, которые носят в основном редакционный характер:

1. На нескольких страницах Введения и главы 2 попадаются выражения вида «безразмерная шестимерная система», что требует пояснений.

2. В начале главы 1 сказано: «Такая задача Коши корректна...» Здесь тоже следовало бы дать более точную формулировку.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы. Полученные в диссертации результаты своевременно опубликованы в 12 журнальных публикациях, 8 из которых – в изданиях, входящих в перечень ВАК, докладывались на представительных научных конференциях и на ведущих семинарах, являются актуальными и представляют содержательный задел для продолжения исследований.



На основании вышеизложенного я расцениваю рецензируемую диссертационную работу как интересную и актуальную. Достоверность научных положений и выводов, содержащихся в ней, подтверждается подробными математическими доказательствами, использующими методы качественной теории дифференциальных уравнений. Следует также отметить, что диссертант продемонстрировал хорошее знакомство с публикациями по математическому моделированию соответствующих биологических процессов.

Совокупность результатов, полученных в диссертационной работе Л.С. Минушкиной, можно квалифицировать как новое решение актуальной научной проблемы, имеющей существенное значение для моделирования молекулярно-генетических систем управления. Автореферат и название диссертации правильно отражают ее содержание.

Работа Л.С. Минушкиной удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям по физико-математическим наукам, а также пунктам 9-14 Положения о присуждении учёных степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Минушкина Лилия Сергеевна, заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент

**Чиркунов Юрий Александрович**

Доктор физико-математических наук

(по специальности 01.01.02), доцент,

Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

"Новосибирский государственный

архитектурно-строительный университет (Сибстрин)",

заведующий кафедрой высшей математики

Адрес: 630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, д. 113

Телефон: (383)266-27-58

e-mail: chr101@mail.ru

19.03.2025 г.



Подпись Чиркунов Ю.А.  
**ЗАВЕЩАЮ**  
Начальник общего отдела НГАСУ (Сибстрин)  
Яковых Н.И.